ANEXO 9

UNA CONCEPCIÓN TOPOLÓGICA DEL TERRITORIO

1) La Topología, en general, es una parte de las Matemáticas que trata de la noción de "proximidad" de puntos. En el Análisis Territorial, estamos acostumbrados a describir esa proximidad mediante números o cantidades, o más concretamente mediante ciertas funciones numéricas denominadas **distancias.** Sin embargo, la proximidad también puede graduarse en abstracto, merced a ciertas familias de conjuntos que denominamos “topologías”. La aplicación de esta teoría al Análisis Territorial puede reportar, en fin, un extenso campo de utilidades (FRANQUET, 1990/91).

2) En los estudios usuales, se trabaja con el concepto de ENTORNO o MUNICIPIO CIRCULAR de un punto P de coordenadas geográficas (a,b) o UTM (X,Y). En el estudio del territorio que estamos efectuando, P podría ser un centro urbano cualquiera, mientras que su entorno circular, de "centro" P y "radio del entorno" R, sería la totalidad del municipio o término municipal correspondiente. En tal caso, se trataría del lugar geográfico de los puntos del mapa tal que:

$$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2} < R, \ \forall \ R > 0 ,$$

siendo R el "radio municipal".

En definitiva, dado un punto P(a,b) perteneciente a un dominio territorial cualquiera, se denomina ENTORNO de este punto o lugar geográfico a una parte del dominio, generalmente pequeña, y tal que P sea un punto interior a dicha parte.

Obsérvese, asimismo, que el ENTORNO así definido es “abierto”, porque los puntos del “borde” o “frontera” municipal no pertenecen a dicho entorno. Si, por el contrario, se desease un entorno “cerrado”, debería cumplirse que:

$$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2} \leq R, \ \forall \ R > 0 .$$

Esta última consideración conceptual resulta extensible al que luego definiremos como ENTORNO o MUNICIPIO RECTANGULAR (ver Fig. A-9.2.).

La representación gráfica vendría dada por:

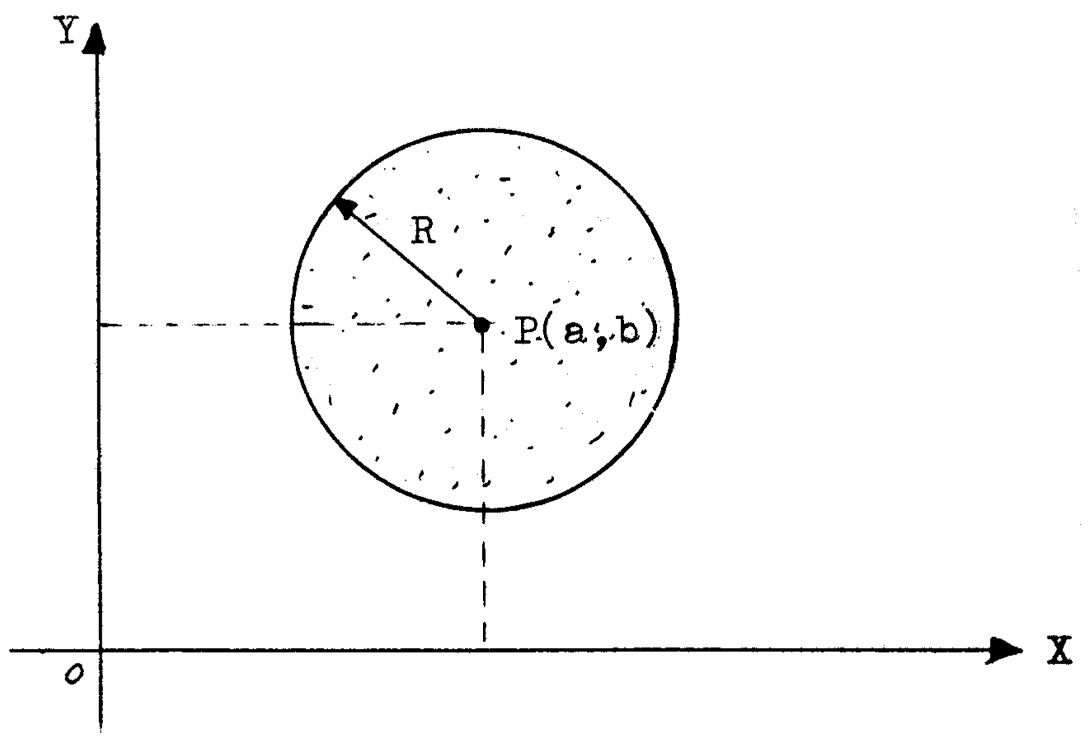

Fig. A-9.1. Entorno o municipio circular.

Pues bien, la consideración de R como "radio óptimo de acción territorial" (que no debe confundirse con el de "radio medio de giro")[1], trascendiendo del concepto administrativo y tradicional de municipio, definiría nuevos espacios o unidades territoriales de extraordinario interés para nuestro estudio.

3) Es evidente, por otra parte, que un territorio determinado (comarca, región, nación) resulta equiparable al concepto de "espacio topológico de Hausdorff", puesto que para cada par de puntos o enclaves territoriales del mismo **x** e **y / x ≠ y**, existen dos entornos o municipios, uno de **x** y otro de **y**, disyuntos (es claro que la intersección de dos municipios distintos es un elemento ínfimo o conjunto vacío).

No obstante, la clase más importante de espacios topológicos es aquélla en que la topología se deriva de una noción tan familiar como es la de "distancia".

Una **distancia** definida sobre un conjunto o territorio X es una función d, así:

$$d : X \times X \rightarrow [R^{+}] ,$$

[1] *Vide* la obra del doctorando ANÁLISIS TERRITORIAL (División, Organización y Gestión del territorio). Ed.: Universidad Nacional de Educación a Distancia. Tortosa, 1991, pp. 283-285, citada en la bibliografía.

que verifica las siguientes propiedades:

a) $d(x,y) = d(y,x)$ (simetría)

b) $d(x,y) < d(x,z) + d(z,y)$ (desigualdad triangular)

c) $d(x,y) = 0$, si y sólo si: $x = y$ (se trata del mismo enclave territorial)

El procedimiento de generar la topología, a partir de la distancia, es a través de los conjuntos de la forma:

$$B (x, R) = [y / d (x, y) < R]$$

donde $x \in X$ se dice **centro** del territorio y R es un número positivo que se denominaría **radio de acción territorial.**

De tal suerte definido, el conjunto B(x,R) se denominaría **bola territorial abierta de centro x y radio R.** La clase de todas las bolas abiertas es una base de cierta topología que diremos métrica o espacio métrico. Dicho concepto es equivalente al de entorno o municipio circular anteriormente expresado (FRANQUET, 1990/91).

La existencia de la distancia permite definir conceptos que carecen de sentido en una topología abstracta general, pero que sí pueden tenerlo en el Análisis Territorial. Así, podemos definir la distancia de un punto o lugar geográfico a un cierto territorio A como:

$$D (x, A) = \text{inf.} [d (x, y) / y \in A] ,$$

o bien caracterizar con precisión el concepto de "punto o enclave de adherencia", que veremos posteriormente.

Veamos, en fin, que los espacios métricos territoriales así concebidos serán siempre espacios de Hausdorff. Efectivamente, si $x \neq y$, por la tercera propiedad de las distancias se cumplirá que:

$$d (x ,y) > 0.$$

Hagamos, ahora, $R = 1/2 \cdot d (x, y)$, entonces:

$$B (x, R) \cap B (y, R) = \varnothing ,$$

luego **x** e **y** tienen, en este caso, entornos o municipios disyuntos y, por tanto, el espacio es topológicamente de Hausdorff, como queríamos demostrar.

4) Del mismo modo, podremos colegir que un ENTORNO o MUNICIPIO RECTANGULAR del punto o centro urbano P(a,b) es el conjunto de los puntos del mapa tales que:

$$|x - a| < r_1 \quad ; \quad |y - b| < r_2 \quad , \ \forall\ r_1 , r_2 \in [R^+]$$

(o sea, siendo r_1 y r_2 números reales positivos), y su representación gráfica será la siguiente:

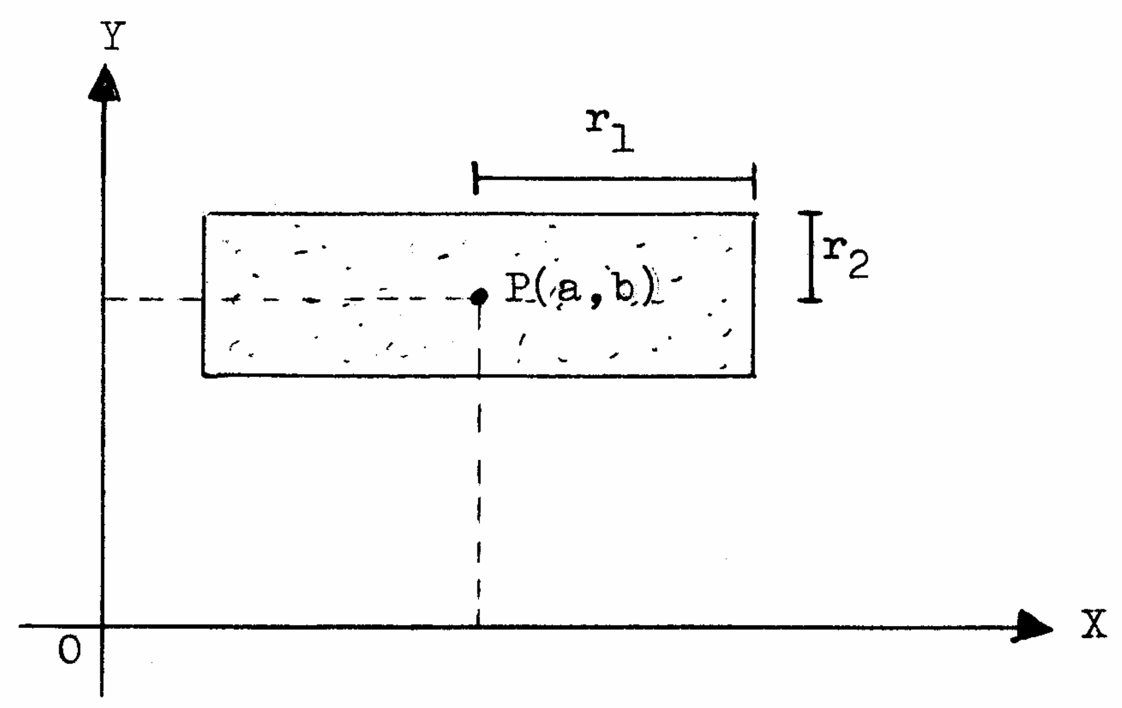

Fig. A-9.2. Entorno o municipio rectangular.

La adscripción de los municipios a uno u otro concepto (circular o rectangular) puede basarse, en buena medida, en su propia configuración planimétrica aproximada.

Otro concepto intermedio entre ambos sería el de ENTORNO o MUNICIPIO ELÍPTICO, que vendría delimitado geofísicamente por la curva cerrada de la "elipse de acción territorial (municipal)", entendiendo como tal al conjunto de los puntos o enclaves del territorio que se hallan en el interior de dicha sección cónica (FRANQUET, 1990/91). Entonces, la capitalidad o el centro municipal **O** de las masas socioeconómicas debería considerarse situado en el centro de la elipse (lugar geográfico donde se produce la intersección de sus ejes mayor y menor), pudiéndose realizar, al respecto, diversas consideraciones de gran interés en el Análisis Territorial. Todos estos conceptos se desarrollarán, convenientemente, en el anexo siguiente (“Las cónicas territoriales”) de nuestra tesis, por lo que nos remitimos a él para el logro de mayores especificaciones y detalles.

5) Por otra parte, podemos clasificar los puntos de un conjunto C (comarca) de puntos del territorio, a partir de la noción de "entorno" (municipio, área comercial, etc...) de la siguiente manera:

a) PUNTO O ENCLAVE AISLADO de un conjunto comarcal C, es un punto P tal que, en su entorno, no contiene ningún punto de C. Dicho punto, como veremos a continuación, es "adherente" pero no "de acumulación". Ver figura A-9.5.

b) PUNTO O ENCLAVE DE ACUMULACION de un conjunto comarcal C es todo punto P tal que en su municipio o entorno municipal existe al menos un punto de C distinto de P. O sea, siendo M_p el municipio al que pertenece su capital P, se tiene:

$$(M_p - [P]) \cap C \neq \varnothing ,$$

pudiéndose presentar dos casos según que P pertenezca o no a la comarca C, a saber:

$P \in C$
$P \in (C \cap M_p)$

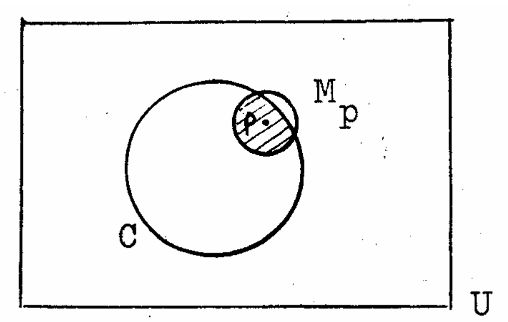

Fig. A-9.3. Punto de acumulación perteneciente a la comarca.

$P \notin C$
$P \notin (C \cap M_p)$

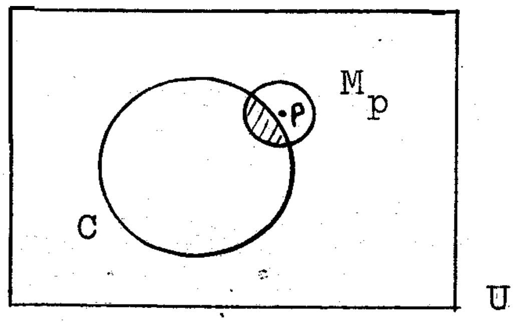

Fig. A-9.4. Punto de acumulación no perteneciente a la comarca.

Obviamente, en la representación anterior efectuada mediante diagramas de Venn-Euler, el conjunto universal U sería un nivel territorial superior al comarcal (región, nación, resto del mundo). En nuestro modelo gravitatorio, en el primer caso, decíamos que $M_p \in C$ y, en el segundo caso: $M_p \notin C$, basándose en la posición relativa del centro urbano P con respecto a la frontera geométrica comarcal teóricamente definida por la aplicación de dicho modelo entre las diferentes cabeceras de comarca.

Todo entorno de un punto P de acumulación de C contiene una infinidad de puntos de dicha comarca, pues si éstos no fueran más que un número finito y determinado, en un entorno de P cuyo radio de acción territorial fuese inferior a la menor de las distancias de P a cada uno de dichos puntos no habría ningún otro punto de C distinto de P, en contra de lo supuesto.

El conjunto de los puntos de acumulación de C se conocería por la denominación de "conjunto derivado" del conjunto comarcal C.

c) PUNTO O ENCLAVE DE ADHERENCIA de un conjunto comarcal C es un punto P del territorio, que puede o no pertenecer a C, tal que en su municipio existe al menos un punto de C (o sea, que la frontera geométrica comarcal puede separar dicho punto de P, si bien la frontera comarcal definitiva o real debe respetar la integridad del territorio municipal. Este municipio, de tal suerte definido, se erige en un serio candidato, bien al cambio de comarca de pertenencia, bien a la segregación de una parte de su territorio para la constitución de un nuevo municipio).

Obsérvese que en esta definición no se hace la exclusión del propio punto P. Es inmediato observar que son puntos de adherencia de un conjunto C todos los puntos o enclaves de C y, además, los puntos de acumulación de C que no pertenecen a C (Fig. A-9.4).

Gráficamente, podemos representar el conjunto comarcal C como formado por los puntos P(x,y) tales que:

$$\begin{cases} 0 \leq x < 1 & \text{(superficie rayada)} \\ 0 \leq y < 1 & \end{cases}$$

y, además, el punto del territorio o enclave aislado D (2 Mm.,1 Mm.) de la fig. A-9.5.

Así:

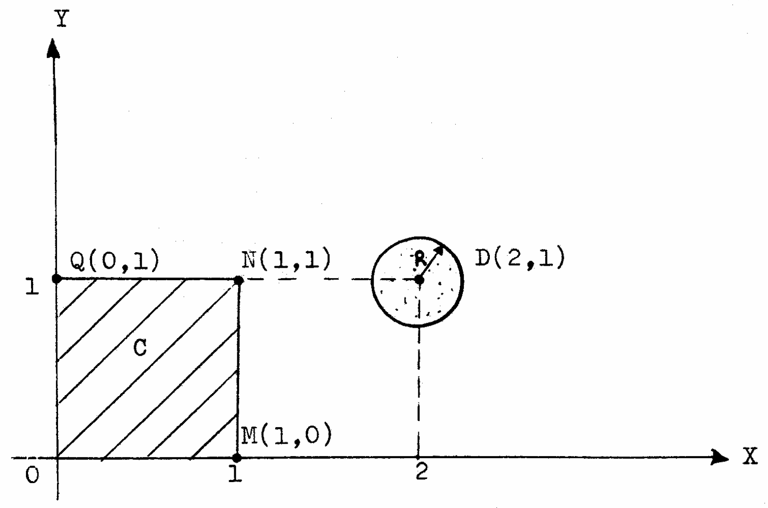

Fig. A-9.5. Punto o enclave territorial aislado.

El punto D del territorio es aislado, en este ejemplo, pues existe al menos un cierto entorno de D (representado en la figura como circular, con su radio R < 1) en el que no existe ningún punto de C, salvo el mismo D. Este caso suele presentarse en la práctica o realidad territorial, si consideramos a D no ya como un enclave sino como un municipio aislado sin contacto geofísico con su comarca de pertenencia, o bien como una comarca aislada de su región de pertenencia (con exponentes bien conocidos en ambos casos, por cierto, en la configuración territorial catalana y española).

Todos los puntos del cuadrado $\overline{OMNQ}$, incluidos sus lados, son de acumulación, pero mientras resulta que todos los puntos interiores del cuadrado comarcal y los de los lados o fronteras comarcales OM y OQ pertenecen a C, los puntos de los lados MN y QN, que también son de acumulación, no pertenecen a C. La "adherencia" de C (o conjunto de todos los puntos adherentes a C) vendría dada, en fin, por el cuadrado OMNQ, con sus cuatro lados y, además, el punto o enclave territorial aislado D(2,1).

6) Con respecto a un determinado conjunto comarcal C, los puntos o enclaves del territorio también se pueden clasificar del siguiente modo (FRANQUET, 1990/91):

a) PUNTO O ENCLAVE INTERIOR de un conjunto comarcal C es todo punto P, tal que existe al menos un entorno de P cuya totalidad de sus puntos pertenecen a C. De un conjunto C tal que todos sus puntos son interiores en base a la anterior definición, diremos que es "abierto" (comarca abierta); alternativamente, cuando todos los puntos de acumulación de C pertenecen a C, diremos que se trata de un conjunto "cerrado" (comarca cerrada).

b) PUNTO O ENCLAVE EXTERIOR de un conjunto comarcal C es todo punto P, tal que existe al menos un entorno de P cuya totalidad de sus puntos pertenecen al conjunto contrario o complementario de C.

c) PUNTO O ENCLAVE FRONTERA de un conjunto comarcal C es aquel punto tal que en todo entorno suyo existen simultáneamente puntos de C y de su complementario C'. Dicho punto puede o no pertenecer a C.

Al respecto de lo expuesto, podremos realizar diversas consideraciones, de las que, por su interés, entresacamos las siguientes:

- La determinación del tamaño o radio del entorno (abordada en publicaciones anteriores del mismo doctorado bajo el concepto de "radio óptimo de acción territorial")[2] es trascendental en todas estas consideraciones, al delimitar geofísicamente la unidad territorial en estudio[3].

- Tanto para el "punto interior" como para el "punto exterior", respecto de un cierto conjunto C, se exige la existencia de **al menos un entorno** en el que, respectivamente, todos o ninguno de sus puntos pertenezcan al conjunto C, mientras que en el caso del "punto frontera" se precisa que **en todo entorno suyo** existan puntos pertenecientes al conjunto C y otros puntos no pertenecientes a C, esto es, pertenecientes al conjunto complementario C'.

7) Llamaremos ENTORNO o MUNICIPIO REDUCIDO del punto o centro urbano P a todo entorno del mismo en el que se ha excluido deliberadamente el propio punto P. Sería algo así como un municipio en el que se excluyera su centro o su suelo urbano y urbanizable, restando únicamente, el suelo calificado como "no urbanizable" o rústico, en los términos definidos por la vigente Ley del Suelo y sus disposiciones complementarias (FRANQUET, 1990/91).

También se consideran los entornos a la (derecha, izquierda) de P, que son intervalos abiertos cuyo extremo (izquierdo, derecho) es el mismo punto P.

8) El Algebra de Conjuntos puede, así mismo, constituir una útil herramienta de trabajo en el análisis de las diferentes unidades territoriales, de su agrupación o segregación y de sus relaciones externas e internas (operaciones algebraicas y sus propiedades, correspondencias y leyes de composición, relaciones binarias, relaciones de equivalencia y de orden,...).

9) Sea, por ejemplo, el conjunto regional constituido por cuatro comarcas: R = [a, b, c, d]. Pues bien, la familia de subconjuntos de R: J = [∅, (a,b), (c,d), R] es una "topología territorial". El conjunto formado por las tres primeras comarcas [a, b, c] es un entorno de la comarca **a**, ya que:

$$a \in (a,b) \subset (a,b,c) \text{ y } (a,b) \in J,$$

pero no es un entorno de la comarca **c**, puesto que no existe ningún abierto A $\in$ J /: c $\in$ A $\subset$ (a,b,c) .

Por el contrario, si definimos: J = [∅, (a,b,c), (d), R], entonces (a,b,c) es un conjunto territorial abierto y cerrado, mientras que (c) no es abierto ni cerrado.

10) Por último, y aún bajo el riesgo de incurrir en divagaciones excesivamente teóricas sobre el tema, podríamos seguir empleando una

[2,3] *Vide "Análisis Territorial. División, Organización y Gestión del Territorio"*, pág. 246 y ss. *CADUP (Estudios)*, Centro Asociado de la UNED. Tortosa, 1990/91.

concepción y una semántica topológicas en el estudio de la organización del territorio, mediante el desarrollo sucesivo de la noción de espacio topológico, aplicación de los teoremas de Bolzano-Weierstrass y de Heine-Borel-Lebesgue (recubrimiento), si bien juzgamos como suficientemente representativos de las enormes posibilidades que se nos presentan, en este campo, los propios conceptos introductorios hasta aquí expresados (FRANQUET, 1990/91).

724